

Übungsaufgaben zu quadratischen Gleichungen und Parabeln

Binomische Formeln:

1. binomische Formel: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. binomische Formel: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. binomische Formel: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Lösungsformel für quadratische Gleichungen (Mitternachtsformel):

1. Möglichkeit: p-q-Formel

Die Gleichung $x^2 + px + q = 0$ besitzt die Lösungsformel $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

2. Möglichkeit: abc-Formel

Die Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ besitzt die Lösungsformel $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Scheitelpunkte von Parabeln:

1. Fall: Die Parabel $y = a \cdot x^2$ besitzt den Scheitelpunkt $S(0/0)$.
2. Fall: Die Parabel $y = a \cdot x^2 + c$ besitzt den Scheitelpunkt $S(0/c)$.
3. Fall: Bei der Parabel $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ kann der Scheitelpunkt anhand der Gleichung nicht abgelesen werden.
Die Parabelgleichung muss in die Scheitelform $y = a \cdot (x - x_S) + y_S$ umformt werden.
Der Scheitelpunkt hat die Koordinaten $S(x_S / y_S)$.
Ist $a = 1$, handelt es sich um eine nach oben geöffnete Normalparabel.
Ist $a = -1$, handelt es sich um eine nach unten geöffnete Normalparabel.
Nimmt a einen anderen Wert an, ist es keine Normalparabel.

Zeichnen von Parabeln:

1. Fall: Die nach oben geöffnete Normalparabel $y = x^2 + \dots$ kann mit Hilfe einer Parabelschablone und ihres Scheitelpunktes gezeichnet werden.
2. Fall: Die nach unten geöffnete Normalparabel $y = -x^2 + \dots$ kann mit Hilfe einer Parabelschablone und ihres Scheitelpunktes gezeichnet werden.
3. Fall: Die Nicht-Normalparabel $y = a \cdot x^2 + \dots$ (a entspricht irgendeiner Zahl außer ± 1) wird mit Hilfe einer Wertetabelle (die auch der GTR liefert) gezeichnet.

Nullstellen einer Parabel:

Die Nullstellen einer Parabel entsprechen den Schnittpunkten mit der x-Achse.
Hierzu muss der y-Wert der Parabelgleichung 0 gesetzt und die daraus entstehende quadratische Gleichung gelöst werden.

Prüfung, ob ein gegebener Punkt auf einer Parabel liegt:

Die Koordinaten des Punktes werden in die Parabelgleichung eingesetzt.

Entsteht dadurch eine wahre Aussage (z.B. $1 = 1$), liegt der Punkt auf der Parabel. Entsteht eine falsche Aussage (z.B. $3 = 9$), liegt der Punkt nicht auf der Parabel.

Aufgabe 1:

Löse die folgenden quadratischen Gleichungen:

- a) $4x^2 + 17x - 15 = 0$ b) $10x^2 - 13x - 144 = 0$
 c) $20x^2 + 31x + 12 = 0$ d) $2x^2 - 3x + 1 = 0$
 e) $(2x - 17) \cdot (x - 5) - (3x + 1) \cdot (x - 7) = 84$
 f) $(2x - 5)^2 - 80 = (x - 6)^2$ g) $(1+3x)(1-3x) - x(x+1) = 2x^2$

Aufgabe 2:

Gib zu den folgenden Parabeln die Koordinaten des Scheitelpunkts und die Gleichung der Symmetrieachse an. Gib außerdem an, ob die Parabel nach oben oder unten geöffnet ist und ob sie steiler oder flacher als die Normalparabel ist.

- a) $f(x) = 0,4x^2 + 3$ b) $f(x) = (x + 2)^2 + 5$ c) $f(x) = -2(x - 2)^2 - 2$

Aufgabe 3:

Zeichne die Schaubilder der folgenden Parabeln (falls möglich mit Hilfe einer Schablone).

- a) $f(x) = -x^2 - 1$ b) $f(x) = -(x + 4)^2 - 2$ c) $f(x) = (x - 4)^2 + 2$

Aufgabe 4:

Bestimme von folgenden Parabelgleichungen den Scheitelpunkt.

- a) $y = x^2 - 4x + 1$ b) $y = -x^2 + 3x - 2$ c) $y = \frac{1}{3}x^2 + x - 2$

Aufgabe 5:

Stelle die Funktionsgleichung einer quadratischen Funktion auf, deren Schaubild eine Normalparabel ist, die

- a) nach unten geöffnet ist und um 2 Einheiten nach rechts verschoben wurde.
 b) nach oben geöffnet ist und um 1 Einheit nach links und um 6 Einheiten nach unten verschoben wurde.

Aufgabe 6:

Was kannst du über den Scheitelpunkt einer quadratischen Funktion sagen

- a) die als Schaubild eine Parabel mit den Nullstellen bei $x = -5$ und $x = 1$ hat.
 b) deren Schaubild nach oben geöffnet ist und die nur eine Nullstelle $N(2/0)$ hat.

Aufgabe 7:

Schreibe die Funktionsgleichungen der folgenden quadratischen Funktionen in der Normalform. Prüfe rechnerisch, ob die gegebenen Punkte jeweils auf dem Schaubild der Funktion liegen.

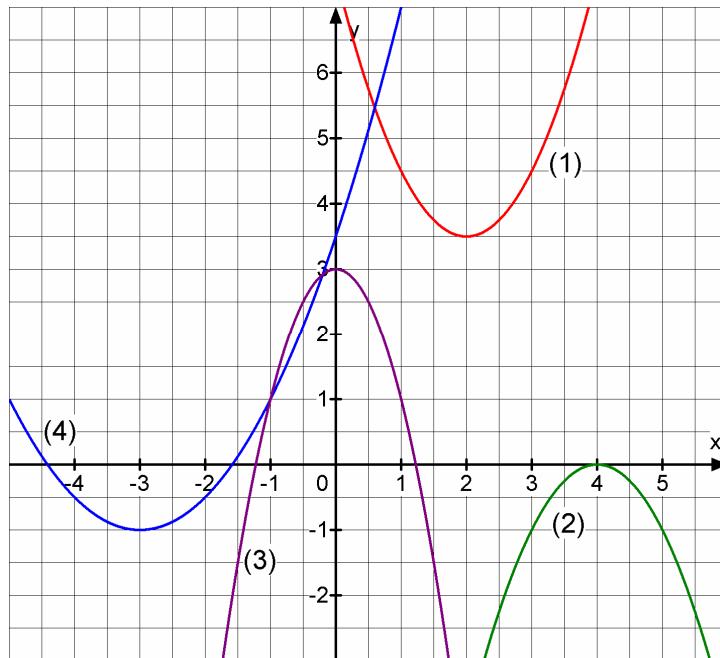
- a) $f(x) = (x - 2,5)^2 - 2,25$ A(0/-4) B(-4/40)
 b) $f(x) = -0,5(x + 4)^2 + 4$ C(1/-8,5) D(-2/-2)

Aufgabe 8:

Stelle die Gleichung einer Parabel mit dem Scheitel S(3/-2) auf, welche durch den Ursprung verläuft.

Aufgabe 9:

Bestimme die Funktionsgleichungen der Parabeln in dem Schaubild.



Aufgabe 10:

Ein Ball, der von einem Jungen in 1,5 Meter Höhe abgeworfen wird, erreicht nach 20 Metern mit 8 Metern über dem Boden seinen höchsten Punkt.

- Skizziere die Situation in einem Koordinatensystem.
- Bestimme die Gleichung der parabelförmigen Flugbahn des Balles.

Aufgabe 11:

In einem Theater soll eine Aufführung stattfinden. Um die entstehenden Kosten zu decken, soll der Eintritt für die Veranstaltung 10 € betragen. Es werden dann 300 Zuschauer erwartet. Aus Erfahrung weiß man, dass bei einer Senkung des Eintrittspreises um 0,50 € die Zuschauerzahl um jeweils 30 Personen steigern wird. Wie muss der Eintrittspreis kalkuliert werden, damit möglichst hohe Einnahmen entstehen ?

Aufgabe 12:

Das Cover einer CD soll neu gestaltet werden. Dazu soll ein Rechteck möglichst großen Flächeninhalts in das Cover eingeschrieben werden. Das quadratische Cover einer CD hat eine Seitenlänge von 13 cm. Wie groß kann die Fläche des Rechtecks maximal werden ?

