

Scheitelpunktform

Was ist die Scheitelpunktform?

Unter der Scheitelpunktform (auch: Scheitelform) versteht man eine bestimmte Form einer quadratischen Gleichung, aus der man den Scheitelpunkt direkt ablesen kann.

Die **allgemeine Form** einer quadratischen Funktion lautet

$$f(x)=ax^2+bx+c$$

Die **Scheitelpunktform** einer quadratischen Funktion lautet

$$f(x)=a(x-d)^2+e$$

Die Koordinaten des Scheitelpunktes lassen sich in dieser Form leicht ablesen:

$$S(d|e)$$

Beispiel:

Gegeben ist eine quadratische Gleichung in Scheitelpunktform

$$f(x)=-2(x-2)^2+3$$

Der Scheitelpunkt der Parabel ist demnach:

$$S(2|3).$$

Scheitelpunktform berechnen

Vorgehensweise

1. Koeffizient von x^2 aus x^2 und x ausklammern
 2. Quadratische Ergänzung
 3. Negativen Term der quadratischen Ergänzung ausmultiplizieren
 4. Binomische Formel auf Klammer anwenden
-

Beispiel 1

Berechne die Scheitelpunktform der folgenden quadratischen Funktion

$$f(x)=3x^2+6x+7$$

1.) Koeffizient von x^2 aus x^2 und x ausklammern

$$f(x)=3 \cdot (x^2+2x)+7$$

2.) Quadratische Ergänzung

$$\begin{aligned} f(x) &= 3 \cdot \left(x^2 + 2x + \left(\frac{2}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2 \right) + 7 \\ &= 3 \cdot (x^2 + 2x + 1 - 1) + 7 \end{aligned}$$

3.) Negativen Term der quadratischen Ergänzung ausmultiplizieren

$$\begin{aligned}f(x) &= 3 \cdot (x^2 + 2x + 1 - 1) + 7 \\&= 3 \cdot (x^2 + 2x + 1) + 7 + 3 \cdot (-1) \\&= 3 \cdot (x^2 + 2x + 1) + 7 - 3\end{aligned}$$

4.) Binomische Formel auf Klammer anwenden

In diesem Fall wenden wir die [1. Binomische Formel](#) an.

$$\begin{aligned}f(x) &= 3 \cdot (x^2 + 2x + 1) + 4 \\&= 3 \cdot \left(x + \frac{2}{2}\right)^2 + 4 \\&= 3 \cdot (x + 1)^2 + 4\end{aligned}$$

Beispiel 2

Berechne die Scheitelpunktform der folgenden quadratischen Funktion

$$f(x) = -2x^2 + 8x - 5$$

1.) Koeffizient von x^2 aus x^2 und x ausklammern

$$f(x) = -2 \cdot (x^2 - 4x) - 5$$

2.) Quadratische Ergänzung

$$\begin{aligned}f(x) &= -2 \cdot \left(x^2 - 4x + \left(\frac{-4}{2}\right)^2 - \left(\frac{-4}{2}\right)^2\right) - 5 \\&= -2 \cdot (x^2 - 4x + 4 - 4) - 5\end{aligned}$$

3.) Negativen Term der quadratischen Ergänzung ausmultiplizieren

$$\begin{aligned}f(x) &= -2 \cdot (x^2 - 4x + 4 - 4) - 5 \\&= -2 \cdot (x^2 - 4x + 4) - 5 - 2 \cdot (-4) \\&= -2 \cdot (x^2 - 4x + 4) - 5 + 8 \\&= -2 \cdot (x^2 - 4x + 4) + 3\end{aligned}$$

4.) Binomische Formel auf Klammer anwenden

In diesem Fall wenden wir die [2. Binomische Formel](#) an.

$$\begin{aligned}f(x) &= -2 \cdot (x^2 - 4x + 4) + 3 \\&= -2 \cdot \left(x + \frac{-4}{2}\right)^2 + 3 \\&= -2 \cdot (x - 2)^2 + 3\end{aligned}$$

Allgemeine Form berechnen

Ist die quadratische Funktion in Scheitelpunktform gegeben und möchte man die allgemeine Form berechnen, so muss man die binomische Formel anwenden.

Vorgehensweise

1. Binomische Formel anwenden
2. Ausmultiplizieren
3. Zusammenfassen

Beispiel 1

Berechne die allgemeine Form der folgenden quadratischen Funktion

$$f(x) = 3(x+1)^2 + 4$$

1.) Binomische Formel anwenden

In diesem Fall wenden wir die [1. Binomische Formel](#) an.

$$\begin{aligned}f(x) &= 3(x+1)^2 + 4 \\&= 3(x^2 + 2x + 1) + 4\end{aligned}$$

2.) Ausmultiplizieren

$$f(x) = 3x^2 + 6x + 3 + 4$$

3.) Zusammenfassen

$$f(x) = 3x^2 + 6x + 7$$

Beispiel 2

Berechne die allgemeine Form der folgenden quadratischen Funktion

$$f(x) = -2(x-2)^2 + 3$$

1.) Binomische Formel anwenden

In diesem Fall wenden wir die [2. Binomische Formel](#) an.

$$f(x) = -2(x-2)^2 + 3$$

$$= -2(x^2 - 4x + 4) + 3$$

2.) Ausmultiplizieren

$$f(x) = -2x^2 + 8x - 8 + 3$$

3.) Zusammenfassen

$$f(x) = -2x^2 + 8x - 5$$